

線性結構關係模型 在加強因果關係推論及實證因素分析上的貢獻

李德仁

本文將主要介紹「線性結構關係模型」(Linear Structural Relations Model)在加強社會及行為科學上的因果關係推論，及在「實證因素分析」(confirmatory factor analysis)中的理念、效用和限制，並介紹由 Joreskog 及 Sorbom (1988)兩人所發展的(LISREL VII)在應用於「實證因素分析」的經驗。

「線性結構關係模型」一般都用數學上的矩陣(Matrix)來表達，並大量使用數學符號、概念及統計運算而使人卻步，但為協助讀者容易掌握它的要點，本文將以圖形附加解釋來說明。事實上，經過近二十年的發展，LISREL VII(Joreskog and Sorbom, 1988)作為電腦程式軟件已發展得頗為方便用家。撰寫本文的一個主要目的，是要說服讀者，事實上我們有很多嚴謹的方法，來處理複雜的因果問題，而絕不應掉以輕心。另一方面，除非我們開始深入了解一部份有關技術的快速增長的文獻，否則將無法為複雜的因果問題，找到肯定的答案。

因果關係研究

社會及行為科學絕少可以像自然科學一樣，在受控制的情況下進行嚴謹的實驗。因此，因果推論只能夠用統計方法來評估因果關係模型和假設。就算這樣做，仍不能夠「證實」因果關係，我們只是在「相對於其他方法來說或多或少地合理」這種基礎上建立起因果推論。這些推論，往往是軟弱無力的。雖然如此，研究設計所訂定的因果假設，仍然是個必要條件(necessary condition)，決定因果假設是否合理。推論的強度，就是使假設更為合理的充分條件(sufficient condition)。

事實上，大部份社會及行為科學的理論與模型的建立都依賴「理論建構」(constructs)或概念(concepts)，而他們都並非可以直接量度或觀察得到。因此，量度自然出現誤差。無

論如何，我們往往可以在採用一部份由概念衍生的指標或徵兆來研究理論中的重要組成部份—理論建構(或稱變項variables)，並且得到或多或少良好的效果。

因果推論兩大難題

概括來說，社會及行為科學中的因果推論有兩個根本的問題(Joreskog & Sorbom, 1988: 2):

- (1) 量度—究竟(被觀察的)量度工具是在量度些甚麼？如果我們要量度某個概念，在那方面可以量度？量度的效果是否理想？怎樣表達量度的效度及信度？
- (2) 因果關係—是指變項之間的因果關係及其相對的解釋能力。問題是：我們怎樣可以把未能夠直接地被觀察而改用有可能錯誤的指標來反映的變項之間複雜的因果關係作適當的處理和推論呢？又怎樣可以評估不可以被觀察的關係的強弱程度呢？

迴歸分析及其缺失

過去，社會及行為科學在推論因果關係時往往用迴歸分析(regression analysis)或多元迴歸分析(multiple regression)。前者有一個自變項(因)和一個倚變項(果)，後者有多個因，一個果。兩者皆有以下兩項用途：

- (1) 描述(descriptive)：描述變項間關係的性質及其強度，進而用作驗證假設和推論；
- (2) 預測(predictive)：利用因果變項之間關係的方程式例如：
倚變項數值
 $= a(\text{常數}) + b(\text{系數}) \times \text{自變項數值}$

其中 a 及 b 均可以計算得到，變成已知數值。只要提供自變項的數值，就可以預測倚變

項數值或數值範圍。

例如，抽樣研究本港成年人，得到有關年齡、收入、教育程度等資料，進而研究這些自變項會否預測他們對設立中央公積金的態度。用多元迴歸分析求得的方程式如下：

對設立中央公積金的態度

$$= a(\text{常數}) + b_1 \times \text{年齡} + b_2 \times \text{收入} \\ + b_3 \times \text{教育程度}$$

其中常數 a (constant), b_1 , b_2 , b_3 等系數 (coefficients) 均可以計算出來，變成已知數值。

但是，迴歸分析在下列三種情況所計算出來的系數，未能提供有關的資料，令描述和預測變得不準確 (Goldberger, 1973)：

- (1) 量度被觀察的變項時出現誤差，而且研究的目的是了解未經壓縮處理的真正變項之間的關係；
- (2) 被觀察的變項之間互為因果 (simultaneous causation) 或者相互依賴；
- (3) 有時，重要的解釋變項未被觀察得到，即是有隱藏的變項 (latent variables)。

事實上，社會及行為科學家往往對不能直接地觀察和量度的理論建構 (theoretical constructs) 很有興趣研究。有時，「理論建構」有別的名稱，包括「隱藏的變項」、「因素」、「假設建構」等等。下文亦會不時採用這幾個名稱，表達在不同的處境下，相同的東西。

線性結構關係模型

(Linear Structural Relations Model)

要處理上文所提出的兩個因果推論的基本問題以及上述三種情況，由 Joreskog 及 Sorbom 發展出來的「線性結構關係一般模型」(Linear Structural Relations General Model 下文簡稱 LISREL 模型) 及相應的程式軟件，有很大的貢獻。

簡單來說，取經濟計量和心理計量分析兩

者所長共治一爐就是 LISREL 模型的長處。它可以協助社會及行為科學家全面地考慮心理計量學家所提出的「不被觀察、隱藏的變項」，以及在估計過程中的量度誤差，從而建立「結構方程式模型」，或其他有關的模型。

LISREL 模型包括有兩部份：

- (1) 量度模型 (measurement model); 及
- (2) 結構方程式模型。

結構方程式模型

結構方程式模型 (Structural Equation Model) 是把研究課題的客觀現象用一般可以被接受的「因-果」變項及其指標來表達。每個模型包含一組方程式，每條方程式代表著一種因果關係，(例如：倚變項(果)數值 $y = a(\text{常數}) + b(\text{參數}) \times \text{自變項(因)數值 } x$)，而非僅是驗證上的相關 (empirical association)，因此，方程式中可知數值 (或稱參數, parameters)，一般並不等同於採用迴歸分析 (regression) 所求得的可觀察變項 (observed variables) 之間的關係系數 (coefficient)。相反，這組結構方程式上的參數代表著一套「相對地沒有混淆，相當穩定及獨立的」機制。「結構方程式模型」在運算時需要依靠傳統的迴歸和方差分析 (analysis of variance)，但在觀念和方法上卻更進一步，把可能的誤差也加以考慮，從而減少可能的誤差。

事實上，早在七十年代初期就有大量的經濟計量學 (econometrics) 文獻討論「結構方程式模型」(Aigner and Goldberger, 1977; Goldberger and Duncan 1973)。Joreskog 等人的研究，令社會及行為科學家更容易掌握「結構方程式模型」在處理隱藏變項、方程式上的數值 (參數)，以及因果假設模型的測試等方面貢獻，進而加以運用。「結構方程式模型」對於解決很多社會及行為科學中意義重大的研究問題，證實有很大的幫助。這些模型已被廣泛應用在跨代職業流動、就業、房屋及收入的種族歧視，學能成就、社會行動程序評估、選舉行為、遺傳及文化效應、智能測試表現的因素、消費者行為，以及很多其他社會現象的研究。

從方法學上來說，這些模型可以發揮很多

的功用，包括：

1. 同步方程式系統(simultaneous equation systems)。
2. 線性因果分析(linear causal analysis)。
3. 因徑分析(path analysis)。
4. 依賴分析(dependence analysis)。

量度模型

「量度模型」表明怎樣利用可觀察的變項，並描述量度的品質和效用(即信度及效度)，而「結構方程式模型」則表明隱藏變項來量度隱藏變項之間的因果關係，以及描述因果效應及不能被解釋的方差(Variance)的數量。

「量度模型」對社會及行為科學來說很是重要，尤其是當我們嘗試量度某些抽象概念，例如人的行為、態度、感覺及動機等。大部份這類量度工具都有相當大的量度誤差(measurement errors)。但量度模型卻容許我們把這些誤差加以考慮。

在進一步介紹之前，有必要問：究竟建立和驗證模型究竟是甚麼意思？

建立量度模型是一種簡便方法，用來描述一系列可觀察變項的背後結構。換句話說，量度模型可以簡單地解釋了「可觀察變項」與「隱藏變項」有怎麼樣的關係。社會及行為科學家通常都利用統計數據來建立量度模型，致令產生對這類模型的誤解，以為都是立體幾何圖形，難以理解。事實上，它們可以很方便及有效地藉著平面圖表來表達。當然，模型可以更準確地用數學符號或一系列方程式來表達，而方程式又可以用矩陣或迴歸方式來表示。每一條方程式代表著一個被量度的變項及其與隱藏變項的線性因果關係： $y = ax + b$ 。

研究人員往往從有關理論，或其他研究的發現，或在兩者兼用的情形下，推演出一個假想的模型，然後從實際環境中，收集模型所包含的變項的數據，用來驗證這個模型。換句話說即檢驗一個假設：這個模型看起來是有理的，講得通的(plausible)。驗證模型程序，從

統計學角度來說，是看看究竟假設模型與樣本所得數據，有多程度的吻合(goodness-of-fit)。就是說，研究人員套一個結構在所得數據上，迫使數據符合假設模型，然後決定量度得來的數據吻合模型的程度(Byrne, 1989)。

建立和驗證結構方程式模型也是依靠同樣的理念和經過同樣的步驟。明白了其理念和步驟，使我們能夠更進一步，掌握整個「因果的過程」：(1)被觀察的自變項(當中有誤差) \rightarrow (2)隱藏變項(因) \rightarrow (3)隱藏變項(果) \rightarrow (4)被觀察的倚變項(當中有誤差)。

所以，簡單地來說：

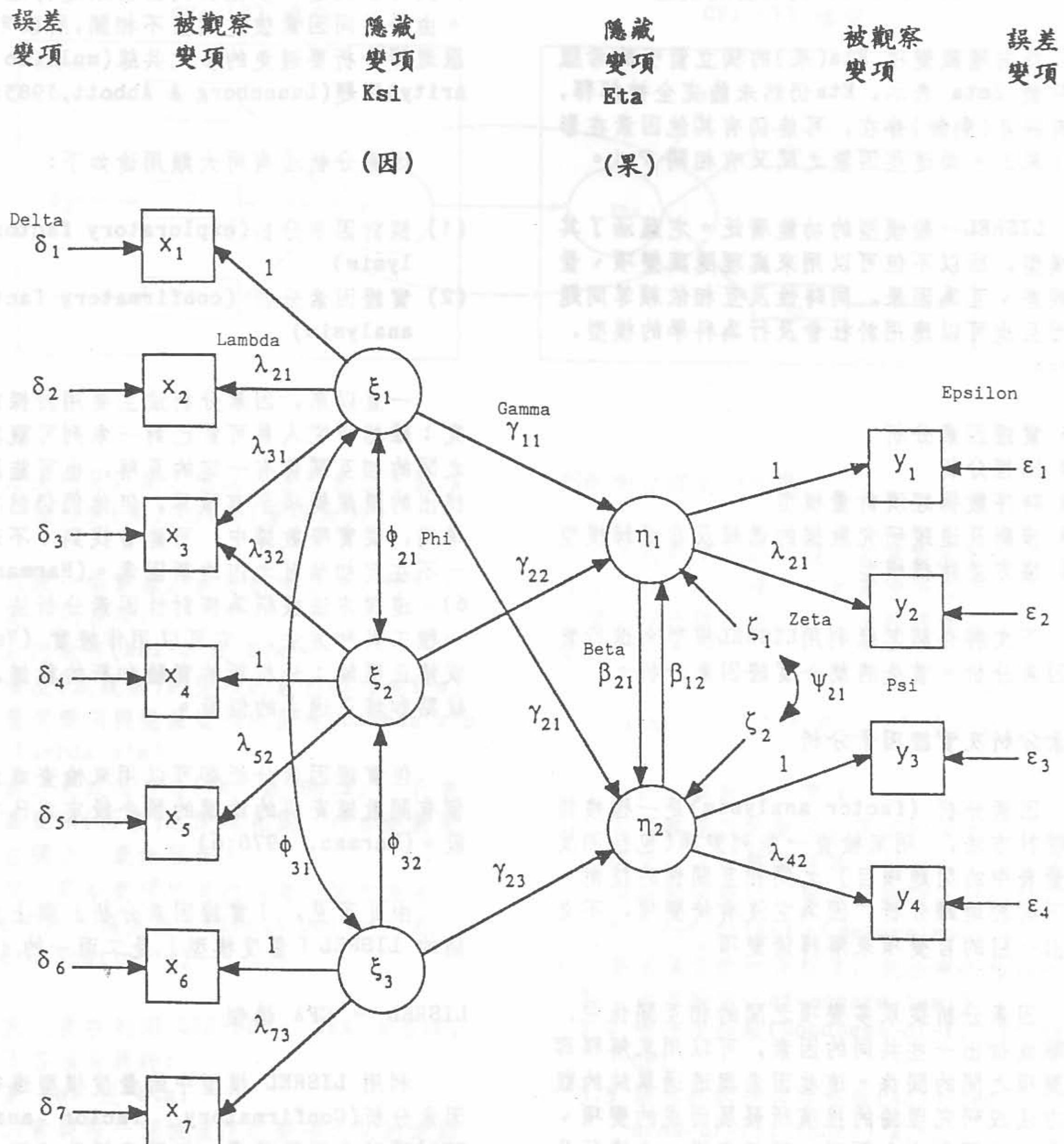
1. 量度模型是集中研究(1)與(2)以及(3)與(4)之間的關係。
2. 結構方程式模型則是研究(2)與(3)之間的關係。
3. 社會及行為科學中的因果關係研究，就應包括(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4)整個過程。

LISREL一般模型及其特點

既然LISREL一般模型包括了「量度模型」和「結構方程式模型」兩部份，它就包括了由(1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4)的整個過程。為避免用數學方程式或矩陣來表達，以下就用因徑圖表達LISREL一般模型，方便讀者明白(圖一)。它的特點包括：

- (1) 在一組線性結構方程式中計算那些未知的參數(即入, r);
- (2) 在方程式組中的變項，可以是直接被觀察的變項，或者是未被量度但卻與被觀察的變項相關的隱藏變項；
- (3) 它假設了一組有因果關係的隱藏變項，而那些被觀察的變項是它們的指標或徵兆；
- (4) 它有相當高的彈性，可以把隱藏變項當作被觀察變項的線性集成體(linear composites)，或者是因果關係鏈中的中介變項(intervening variables)。

圖一 LISREL 一般模型因徑圖解



說明：

- 單向箭咀：假定一變項直接影響另一變項；
- 雙向箭咀：這兩變項可能相關，但無假設兩者有因果關係；
- 隱藏變項：是自變項(*independent variables*)
(Ksi) 因此沒有單向箭咀指向它；
- 隱藏變項：是倚變項(*dependent variables*)
(Eta) 它的方差和協方差(*co variation*)可以靠自變項解釋和歸因於自變項。

兩變項間箭咀上的希臘文符號：凡有箭咀的兩變項間，總有相關，符號Lambda, Gamma, Phi, Beta, 及 Psi 表示不同類別變項之間的相關，其強度就是符號的數值，也就是結構方程式組上各方程式的參數，範圍由-1到0到+1，零表示無相關，-1表示完全負相關，+1完全正相關。

指向被量度變項(x或y)箭咀的希臘文符：Delta及Epsilon代表量度誤差。

指向隱藏變項Eta(果)的獨立箭咀的希臘符號Zeta表示，Eta仍然未能完全被解釋，有誤差(剩餘)存在，可能仍有其他因素在影「果」。而這些因數之間又有相關Psi。

LISREL一般模型的功能廣泛。它蘊涵了其他模型，所以不但可以用來處理隱藏變項、量度誤差、互為因果，同時性及互相依賴等問題。而且也可以應用於社會及行為科學的模型，包括：

- (1) 實證因素分析
- (2) 因徑分析
- (3) 時序數據經濟計量模型
- (4) 橫斷及追蹤研究數據的遞歸及非遞歸模型
- (5) 協方差結構模型

下文將介紹怎樣利用LISREL模型來進行實證因素分析。首先將簡介實證因素分析。

因素分析及實證因素分析

因素分析(factor analysis)是一種複雜的統計方法，用來檢查一系列變項(包括測度或量表中的問題項目)之間相互關係的技術。它不同於迴歸分析，因為它沒有倚變項，不必找出一組的自變項來解釋倚變項。

因素分析從眾多變項之間的相互關係中，分離或抽出一些共同的因素，可以用來解釋那些變項之間的關係。這些因素與透過單純的觀察方法或研究理論的推演所發展而成的變項、因素，或類別完全不同。理想來說，在進行分析前已知因素的數目。它的重點是為求找出令人容易明白的、包含了原來那些變項所具有的根本和必要的信息的「因素」。例如在「社會工作價值觀」的研究中，七十九項問題(變項)經因素分析之後，濃縮為六項因素(Kam, Ko, Lee and Man, 1993)這六項因素之形成是針對實際研究的資料(79項問題)，依據科學的方法，複雜的統計演算過程分離而出的。好處在於

用較少的共同因素，來說明眾多變項間的關係，又可以更進一步把其同因素來進行迴歸分析。由於共同因素彼此間並不相關，所以可以克服迴歸分析要避免的多元共線(multicollinearity)問題(Lunneborg & Abbott, 1983:285)。

因素分析法有兩大類用途如下：

- (1) 探討因素分析(exploratory factor analysis)
- (2) 實證因素分析(confirmatory factor analysis)

一直以來，因素分析法主要用於探討性研究：雖然研究人員可能已對一系列可觀察變項之間的相互關係有一定的見解，也可能對可以找出的隱藏變項早有預算，但他們仍然有心理準備，從實際數據中，可能會找到「不速之客」—不在起初估計之內的新因素。(Harman, 1976:6)。這種方法被稱為探討性因素分析法。作為一種工具和方法，它可以用作證實(Verify)或修正理論：分析新的實驗和新的數據，澄清疑點和修正過去的假設。

但實證因素分析卻可以用來檢查或測試一個有關數據資料的結構的預先設定或已有的假設。(Harman, 1976:6)

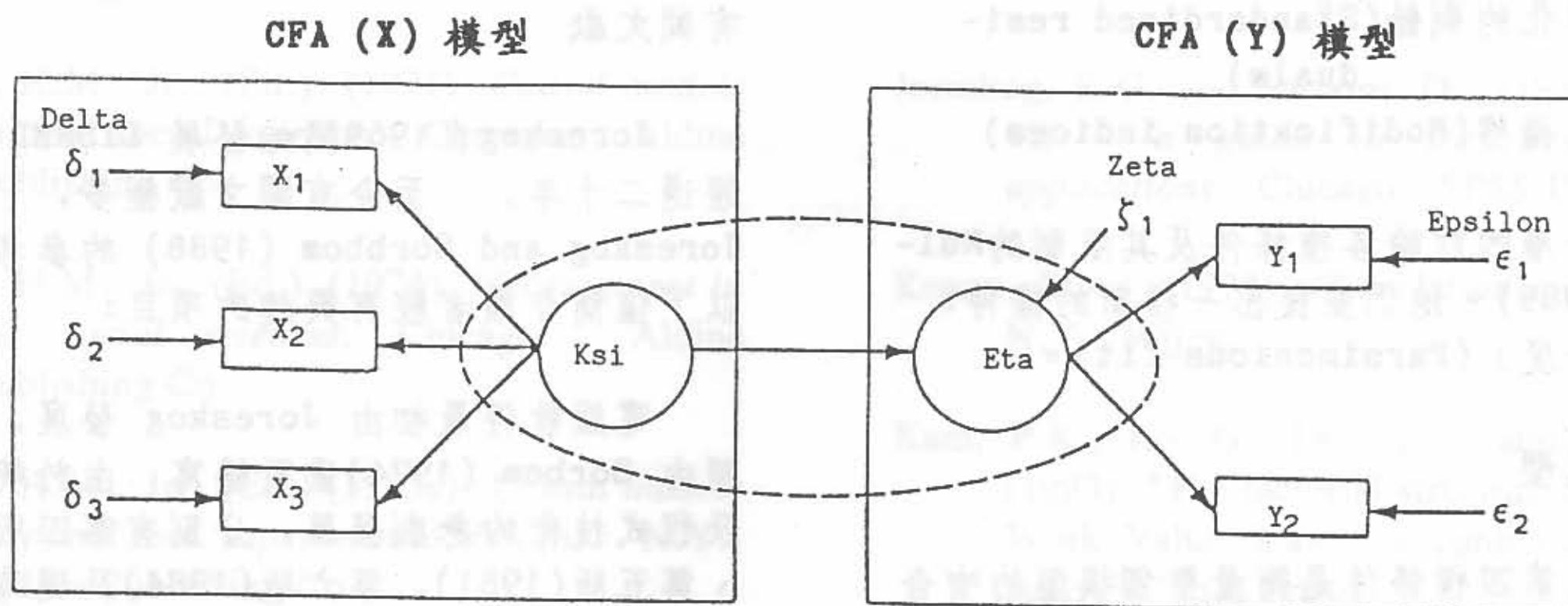
由此可見，「實證因素分析」與上文所介紹的 LISREL「量度模型」是二而一的。

LISREL - CFA 模型

利用 LISREL 模型中的量度模型進行實證因素分析(Confirmatory factor analysis CFA)可以有兩種選擇--把因素視為「因」或「果」。技術上，CFA 模型不會有因果之別，上文已有討論，但 LISREL 一般模型對各變項及其關係都有特別指定的希臘文符號及相應的程式語言代號(用兩個英文字母代表)。故此，選擇將影響程式的寫法。

圖二可以顯示 LISREL - CFA 模型與 LISREL 一般模型之間的關係：

圖二



為方便起見，圖二僅以一個因素及三個X變項及一個因素(果)及兩個Y變項為例。

在假設一個實證因素分析模型時，研究人員將界定下列各項：

- (1) 因素的數目(Ksi's 或 Eta's)
- (2) 被量度(或觀察)的變項的數目(X's或Y's)
- (3) 被量度變項與隱藏變項的關係(Lambda x's 或 Lambda y's)
- (4) 因素方差或協方差(Phi 或 Beta)：代表隱藏變項(因素)之間有相關，而非絕對地各自獨立，毫無關係。
- (5) 量度可觀察變項所有的誤差之間的方差(及可能有協方差)(Theta-Delta's 或 Theta-Epsilon's)

研究人員在利用 LISREL — CFA 模型時，只對以下各項有興趣：

- (1) 因素Ksi 或 Eta；
- (2) 每因素與每一個被量度的變項之間的迴歸分析結果 Lambda 11 等；
- (3) 量度誤差 Delta 或 Epsilon。

他們將不考慮上圖中以虛線所包圍的兩部份：

- (1) 因為不存在「因果關係」，所以沒有因果關係鏈；及
- (2) 用「因」去預測「果」若有不足，其所剩餘尚未被完全解釋的部份，也就是量度誤差 Zeta。

判斷吻合程度的標準

這是最重要的問題，究竟實際數據有多大程度符合假設的模型。如果吻合程度不足，下一個合理步驟就是在模型中找尋導致不吻合的來源。

Byrne (1989) 列舉下列五種考慮的條件：

1. 估計的參數的合理性；
2. 每個被量度的變項與隱藏變項之間的關係強度，以及整個量表(包括所有與隱藏變項有關的變項)與隱藏變項之間的關係強度(coefficient of determination)；
3. 整個模型的吻合程度，包括有四種指標：
 - 3.1 卡方檢定(Chi-square test)
 - 3.2 吻合度指數(Goodness-of-fit index) GFI
 - 3.3 調整後的吻合度指數(Adjusted goodness-of-fit index) AGFI
 - 3.4 RMR(Root-mean-square residual)
4. 主觀的模型吻合度指標；包括有
 - 4.1 卡方可能函數比檢定(Chi square likelihood ratio test)(Marsh, Balla, & McDonald, 1988)
 - 4.2 卡方自由度比率(Chi-square by degree of freedom ratio)
 - 4.3 Bentler and Bonett (1980) normed index (BBI)

5. 模型內個別參數的吻合度，包括有：

5.1 T-值(T-Value)

5.2 標準化的剩餘(Standardized residuals)

5.3 修正指標(Modification indices)

再深一層的討論各種條件及其限制的Mulaik等人(1989)。他們並提出一種新的條件：「吝嗇吻合度」(Parsimonious-fit)。

修正假設模型

第三及第四種條件是衡量整個模型的吻合度，不能藉此找出模型內有問題的地方，第五種條件可以協助研究者找出有需要修正的地方：一般而言，是放寬被量度變項與因素之間的限制，使原本假設某變項僅與某一因素有關，放寬為與另外一個因素也有關。

LISREL電腦程式可以計算出第二種、第三種及第五種條件的各項系數及指標。研究人員可以另行計算第四種及Mulaik, et.al.(1989)所提出的「吝嗇吻合度」從而協助他們修正假設模型。

經修正後的模型可以再次用 LISREL 程式計算，掌握新數據後，再次考慮有沒有修正模型的必要。修正工作可以不斷進行，直至出現一種文首所提出的「相對於其他模型來說，更為合理」的情況才停止，因此我們仍不能說是「絕對正確地證實了因果關係」，因為即使修訂假設來吻合實際數據，仍然只有絕少機會有百分之百完全吻合的情形出現。我們所做的工作，只是用實際數據來「印證」因果關係的假設模型，令：實際數據 = 假設模型 + 剩餘。剩餘(residuals)的多寡，就影響吻合度的高低，各種評估指標將反映這種情形。

事實上，各種指標都有其原理。從經驗所知，修正模型就會使「吝嗇吻合度」降低，因此，研究人員必須自行判斷怎樣修改模型。這也就是文首提出的社會及行為科學的先天限制—研究設計者所訂定的假設模型，仍然是最重要的環節。就算用了最好的假設模型而數據的吻合度又高的話，嚴格來說，我們仍然不能確切地「證實」現實世界中有這樣的真象，因為模型中已假設有誤差，而且研究人員甚至自行

估計誤差的參數。這也是LISREL模型的限制。

有關文獻

Joreskog自1969開始發展 LISREL 模型，經過二十年，至今有關文獻極多，可參考 Joreskog and Sorbom (1988) 的參考文獻。以下僅簡介讀者較有興趣的項目：

電腦軟件最初由 Joreskog 發展，第三版經由 Sorbom (1974)重新編寫，由於統計方法及程式技術的急劇發展，分別有第四版(1978)、第五版(1981)，第六版(1984)及現時的第七版(Joreskog and Sorbom, 1988)。第7.16版用於個人電腦的程式只有一張磁碟。

利用 LISREL 模型進行實證因素分析的文獻，本港學者：Shek & Cheung (1990), Shek (1991) 及 Kam, Ko, Lee and Man(1993)。詳細介紹其方法和示範的有 (Byrne, 1989)。

有關結構方程式模型的基本討論有Goldberger(1964), Duncan(1975), Kenny (1979) 及 Joreskog and Sorbom (1979)。討論有關基本問題的初階有: Blalock (1971, 1974, 1985 a-b)。深入討論有關問題及應用有: Goldberger and Duncan (1973), Aigner and Goldberger (1977)。Bentler(1980)則審視心理學及統計學文獻中的隱藏變項模型。

參考文獻

Afifi, A.A. and Clark, V. (1984) Computer-aided multivariate analysis. Belmont: Lifetime Learning Publications

Aigner, D.J., and Goldberger, A.S., Eds. (1977) Latent variables in socioeconomic models. Amsterdam: North-Holland Publishing Co.

Bentler, P.M. (1980) Multivariate analysis with latent variables. Causal Models. Annual Review of Psychology, 31:419-456.

Bentler, P.M. and Bonnett, D.G. (1980) Significance tests and goodness-of-fit in the analysis of covariance structures. Psychological Bulletin, 88:588-606.

- Bielby, W.T., and Hauser, R.M. (1977) Structural equations models. *Annual Review of Sociology*, 3:137-161.
- Blalock, H.M., Jr., (Ed.) (1971) *Causal models in the social sciences*. Chicago: Aldine Publishing Co.
- Blalock, H.M., Jr., (Ed.) (1974) *Measurement in the social sciences*. Chicago: Aldine Publishing Co.
- Blalock, H.M., Jr., (Ed.) (1985a) *Causal models in panel and experimental designs*. N.Y.: Aldine Publishing Co.
- Blalock, H.M., Jr., (Ed.) (1985b) *Causal models in the social sciences*. Second Edition. N.Y.: Aldine Publishing Co.
- Byrne, B.M. (1989). *A Primer of LISREL: Basic applications and programming for confirmatory factory analytic models*. N.Y.: Springer-Verlag.
- Duncan, O.D. (1975) *Introduction to structural equation models*. N.Y.: Academic Press.
- Goldberger, A.S. (1964) *Econometric theory*. N.Y.: Wiley.
- Goldberger, A.S. (1973) Structural equation models: An overview. In A.S. Goldberger and O.D. Duncan (Eds.) *Structural equation models in the social sciences*. N.Y.: Seminar Press.
- Goldberger, A.S. and Duncan, O.D., Eds. (1973) *Structural equation models in the social sciences*. N.Y.: Seminar Press.
- Harman, H.H. (1976) *Modern factor analysis*. Third Edition. Chicago: The University of Chicago Press.
- Joreskog, K.G. and Sorbom, D. (1979) *Advances in factor analysis and structural equation models*. Cambridge, Mass: Abt Books.
- Joreskog, K.G. and Sorbom, D. (1988) *LISREL VII: a guide to the Program and applications*. Chicago: SPSS INC.
- Kenny, D.A. (1979) *Correlation and causality*. N.Y.: Wiley.
- Kam, P.K., Ko, G., Lee, T.Y. and Man, K.Y. (1993) "The factorial structure of the Social Work Value Scale: a confirmatory factor analysis." (in Press).
- Lunneborg, C.E. and Abbott, R.D. (1983) *Elementary multivariate analysis for the behavioral sciences: Applications of basic structure*. N.Y.: North-Holland.
- Marsh, H.W., Balla, J.R., & McDonald, R.P. (1988) Goodness-of-fit indexes in confirmatory factor analysis: The effect of sample size. *Psychological Bulletin*. 103:391-410.
- Mulaik, S.A., James, L.R., Van Alstine, J., Bennett, N., Lind, S., and Dean Stiwell, C. (1989) Evaluation of Goodness-of-Fit indices for structural equation models. In *Psychological Bulletin*. 105(3):430-445.
- Shek, D.T.L. (1991). "The factorial structure of the Chinese version of the State-Trait Anxiety Inventory: a confirmatory factor analysis". *Educational and Psychological Measurement*. 51:985-997.
- Shek, D.T.L. and Cheung C.K.. (1990) "Locus of coping in a sample of Chinese working parents: reliance on self or seeking help from others." In *Social Behavior and Personality*. 18(2), 327-346.